

## 相対論 試験問題

2005 年 7 月 担当 風間

90 分 問題用紙 1 枚

解答用紙 両面 1 枚 計算用紙 1 枚

以下の各問において、光の速さを  $c$  で表す。

### 第 1 問

フレネルは、速度  $V$  で流れている屈折率  $n$  の液体中をその流れに順行して伝播する光の速度  $v$  が

$$v = \frac{c}{n} + V \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1)$$

で与えられると言う仮説を提唱した。

- (1) これを検証したフィゾーの実験の概略図を描き説明せよ。
- (2) フレネルの式 (1) をそのまま信じると、 $V$  がある値  $V_0$  を超えると  $v$  が光の速度を超えることになる。 $V_0$  を  $c$  と  $n$  で表せ。
- (3) 相対論では  $v$  は  $c$  を超えることはない。(1) に代わる相対論的に正しい  $v$  の表式を導き、このことを説明せよ。

### 第 2 問

講義で述べたように、 $p^2 \equiv p^\mu p_\mu > 0, = 0, < 0$  を満たす 4 元ベクトル  $p^\mu$  はこの順に space-like, light-like 及び time-like と呼ばれる。

- (1)  $p_1$  及び  $p_2$  が time-like であるとき、その和  $p_1 + p_2$  もまた time-like になることを示せ。
- (2) 電子  $e^-$  とその反粒子である陽電子  $e^+$  (電子と同じ質量を持ち電荷の符号が逆) を衝突させたところ、 $e^-$  及び  $e^+$  は完全に消滅して、光子が生成された。このとき、生じた光子は 1 個ではありえないことを示せ。

### 第 3 問

$S'$  系を  $S$  系に対して  $x$  軸正方向に速度  $V$  で運動している慣性系とする。また、以下では  $x^\mu = (x^0, x^1, x^2)$ ,  $x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y$  で表される 3 次元のミンコフスキー空間に限って考える。

- (1) ローレンツ変換  $x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$  を表す  $3 \times 3$  行列  $\Lambda^\mu{}_\nu$  の具体的な形を書け。
- (2)  $F^{\mu\nu}$  を反対称な 2 階の反変テンソル ( $F^{\mu\nu} = -F^{\nu\mu}$ ) とする。このとき、 $f_0 \equiv F^{12}, f_1 \equiv F^{20}, f_2 \equiv F^{01}$  と定義すると、 $f_\mu = (f_0, f_1, f_2)$  は共変ベクトルとして変換することを示せ。

## 第4問

図1は、電子( $e^-$ )陽電子( $e^+$ )衝突による $\pi$ 中間子ペア( $\pi^\pm$ )生成反応を $e^-$ ,  $e^+$ の重心系で表したものである。ただし、 $e^\pm$ 及び $\pi^\pm$ はそれぞれ同一質量 $m_e$ 及び $m_\pi$ を持つ。

(1) 電子の静止系で見たときの陽電子のエネルギー $E'_e$ を $E_e$ 及び $m_e$ で表せ。

図1の反応で生成された $\pi^+$ 中間子は、そのあと図2のように $\mu^+$ 中間子(質量 $m_\mu$ )とニュートリノ $\nu_\mu$ (質量はゼロ)に崩壊する。(図2は $\pi^+$ の静止系での様子。)

(2)  $\pi^+$ 中間子の静止系での寿命を $\tau_0$ とするとき、図1の重心系における寿命 $\tau$ を $E_e$ ,  $m_\pi$ ,  $\tau_0$ で表せ。

(3)  $\pi^+$ 中間子の静止系における $\mu^+$ 中間子のエネルギー $E$ , 運動量 $p$ , 及び速度を $m_\pi$ ,  $m_\mu$ で表せ。

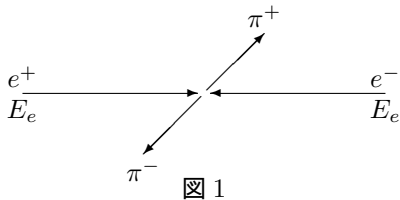


図1

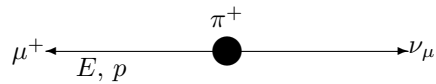


図2

## 第5問 (最高5点を加点する)

講義で最も興味深く感じた事柄をその理由と共に述べよ。

(編集後記)

話によると、今年の問題は95年の相対論試験に似た問題が出ていたそうです。とはいってもほとんどの人がそこまでの過去問をチェックするはずがないので、全然気にする必要はないと思います。気づいた点といえば、欠席者が多かった。