

宇宙科学 I 2005 前期テスト

解答にあたっては、必要ならば以下の数値を用いよ。1AU = 1.5×10^8 km、地球の平均半径 = 6.4×10^3 km、太陽質量 $M_{\odot} = 2.0 \times 10^{30}$ kg、太陽光度 $L_{\odot} = 3.9 \times 10^{26}$ J/sec、万有引力定数 $G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm²/kg²、光速 $c = 3.0 \times 10^8$ m/sec、 $\pi = 3.1$ 。ただし、必要でないものも混ざっているので注意。

1. 以下の設問に答えよ。但し 解答のみ記述せよ。

- (a) 木星の直径はおよそ 1.4×10^5 km である。地球が木星に最も近づいた時に木星を観測すると、その直径を見込む角度は何秒か? 有効数字1桁で答えよ。ただし、地球も木星も太陽の赤道面周りを円軌道しているとし、木星の軌道半径は 5.2 AU とせよ。
- (b) 太陽は表面から光を放射している。地球全体が毎秒受け取る太陽からの放射エネルギーを有効数字1桁で求めよ。但し地球は球体とし、また地球に入射する放射を全て吸収すると仮定せよ。
- (c) ある銀河の見かけの等級が10等級であったとしよう。同じ距離にある別の銀河が1万倍明るければ、見かけの等級は何等級か。

2. 宇宙が誕生してからおよそ1秒後には、ヘリウム以上に重い元素は存在しなかった。しかし現在では、様々な元素が存在する。そのうち、ヘリウムと炭素の主要な起源についてそれぞれ1行で述べよ。

3. 宇宙にダスト流体と宇宙項のみが存在し、また宇宙が平坦な場合、宇宙のスケール因子 $a(t)$ は以下のような方程式にしたがって時間変化する:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 + \frac{\Lambda c^2}{3}a^2. \quad (1)$$

ただし、 ρ はダストの密度を表し、 a^{-3} に比例する関数である。(つまり $\rho a^3 = \rho_0 a_0^3$ は定数。ここで、 ρ_0 と a_0 は現在の密度とスケール因子。) また、 $\Lambda (> 0)$ は宇宙項を表す定数である。

- (a) 最近の宇宙観測の結果、ゼロでない宇宙項の存在が確実になりつつある。そのような結果を示した観測プロジェクトを1つ挙げ、また何を観測しているのかについて述べよ。
- (b) ハッブル定数 H_0 を ρ_0 、 Λ 、 G 、 c を用いて表せ。なお、結果のみ記せ。
- (c) 式(1)にしたがうと $a(t)$ はどのように時間変化するのか。図で概略を示し、書いた図の意味を簡潔に説明せよ。

4. 球対称の形状を持つ銀河が存在するとしよう。その密度分布が次のような関数形であったとする:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & r \leq r_c, \\ \rho_0(r_c/r)^2 & r \geq r_c, \end{cases} \quad (2)$$

ただし ρ_0 と r_c は定数である。

- (a) 銀河の周りには光では見えないダークマターが存在しているとされるが、その観測的証拠を挙げよ。
- (b) ある半径 $r = R$ 以内に含まれる質量の表式を、 R が r_c よりも大きい時と小さい時の場合分けして答えよ。
- (c) 銀河中心の周りを円軌道を描き周回している恒星を考える。その恒星の軌道速度 V を、軌道半径 R の関数として求めよ。また R を横軸に、 V を縦軸にとって図示せよ。