

数学 II

川又雄二郎

2001 年冬学期

[受験した感想]

授業評価アンケートでボロカスに書かれたことを気にして後半の講義はすこしましになりましたがやはり最後は暴走していました。試験が計算しにくいのも相変わらずです。

- (1) n 次元線形空間 V と線形写像 $f: V \rightarrow V$ を考える。 V の基底 $\{v_1, \dots, v_n\}$ をとったときに f を表示する行列 A はどのようにして定義されるかを説明し、行列式 $|A|$ の値は f だけで決まり、基底の取り方に依存しないことを証明せよ。
- (2) 次の行列 A に対して、ユニタリ行列 B を見つけて $B^{-1}AB$ が対角行列になるようにせよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{2}i & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ \sqrt{2}i & 0 & 0 & -\sqrt{2}i \\ 0 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{2}i & 0 \end{pmatrix}$$

- (3) (n, m) 行列 A を考える。以下のことが成り立つための必要十分条件を A の階数を使って表せ。: 「 m 次正方形行列 B と n 次正方形行列 C に対して、 $AB = CA$ が満たされるならば B の任意の固有値が C の固有値にもなる。」
- (4) 次の行列 A と B に対して、可逆行列 C で $B = C^{-1}AC$ となるようなものは存在しないことを証明せよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & 6 & 9 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$