

物理学 A(力学) 中間試験

牧島一夫

2001 年夏学期

[受験した感想]

一度休講をしなくてはならなかったときに代わりに行われた試験です。非常にいい問題でした。シケブリが公認で、A41 枚の範囲でまとめを作って、持込が許されていました。ただし、そのまとめ用紙は提出しなくてはいかませんでした。

問題は裏表あわせて 3 問あるので、すべてに解答せよ。解答用紙は、両面を使ってよい。問題用紙と計算用紙は持ち帰ってよい。A41 枚の「まとめ用紙」は、必ず名前と学籍番号を記入し、答案と共に提出すること。

[注] 大学の定期試験は、入学試験とは異なる。受験ではいかに「正しく答えるか」が重要だったが、大学の試験の答案は、「自分がその学問を理解している」ことを示すメッセージの役目を持つ。従って、「答えは ○ のように書かなくてはいけないのですか?」「 の公式は使ってよいのですか?」「この記号を答に残してよいのですか?」といったような質問は、あまり意味がない。出題の意図を読み取り、答え方を自分なりに判断することも、試験の重要な一部分である。

第 1 問 講義では、「質点の運動エネルギーの変化分は、外から質点に加えられた仕事に等しい」、および「質点に働く力が保存力のとき、質点の力学的エネルギーは保存する」という 2 つの法則を説明した。では質点に、保存力とそうでない力 (非保存力) の合力が働くときはどうなるか。上の 2 つの法則を統合した法則を述べ、その根拠を簡単に説明せよ。

第 2 問 質点 m を初速度 $v_0 > 0$ で鉛直上方に投げ上げる。鉛直方向の速度を v (上向き正) とするとき、質点には $-\Gamma v$ (Γ は正の定数) なる抵抗力が働くとする。重力加速度を g として、以下の小問に答えよ。

1. v の時間変化は、 v_0 のほかに、特徴的な速度 v_∞ と特徴的な時間 τ とで記述できる。それらを m, g および Γ であらわし、その物理的な意味を簡単に述べよ。
2. 初期条件を考慮しつつ運動方程式を解き、 v を具体的に求めよ。
3. 小問 2 で得た速度 v を、時間の関数としてグラフに示せ。グラフは厳密である必要はないが、符号、傾きの正負、変曲点の有無などは、なるべく正確に扱うこと。また小問 1 で述べた 2 つの特徴的な物理量を登場させること。
4. 質点が頂点に達するまでの時間を求めよ。また抵抗が小さい極限で、それはどのような値に近づくかを述べ、それが、最初から抵抗が無いとして求めた結果と矛盾しないことを確認せよ。 $|x| \ll 1$ の時、 $\ln(1+x) \sim x$ であることを用いてよい。

第 3 問 図 1 のように、ばね定数 k のばねに、質点 m の質点がつるされた単振子があり、鉛直方向 (図の上下方向) にのみ運動できる。質点の鉛直方向の座標を z 、バネが自然長の時の質点の位置を $z = 0$ 、重力加速度を g として、以下の小問に答えよ。

1. この単振子の運動を記述する z 方向の運動方程式を書け。

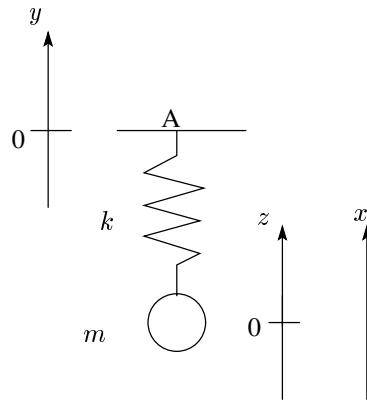


図 1:

2. 適当に z 座標の原点を取り直し、新たにそれを x 軸と定義すると、運動方程式から重力の寄与を消せることを示し、その物理的な意味を簡単に述べよ。
3. この単振子の固有振動の角周波数 Ω を m と k で表せ。以下、 Ω は与えられたものとして使ってよい。
4. 図で、支点 A の鉛直方向の位置を y とする。これまでの設問では $y = 0$ であったが、今度は y を上下に周期的に動かすことを考える (強制振動)。支点の位置が $y(t) = a \exp(i\omega t)$ で与えられるとき、質点の運動方程式を記述せよ。ただし a は支点の上下振動を表す正定数、 t は時間、 $\omega > 0$ は支点を動かす角振動数である。
5. 小問 4 は身近な例では、水ヨーヨーに相当する。つまり手を振幅 a と角振動数 ω で上下に動かすと、質点 (ヨーヨー) も同じ角振動数で上下に動くが、その振幅は手の振幅 a とは一般に異なる。その経験を踏まえ、 $\omega \ll \Omega$ 、 $\omega \sim \Omega$ 、 $\omega \gg \Omega$ の 3 つの場合につき、質点はどのような振幅で上下に振動するか、定性的に答えよ。
6. 小問 4 の運動方程式を用いて、支点の振幅 a に対する質点の振幅 b の比、つまり b/a を、 ω の関数として求め、またその概形をグラフに示せ。グラフは厳密である必要はないが、縦軸と横軸の代表的な値を明示するなど、要点を抜かさないこと。
7. 小問 6 の答を、 b/a の符号まで含めて、小問 5 での日常的な経験と比較せよ。そこに何かの違いがあれば、その原因を考察せよ。